

# Справочные материалы

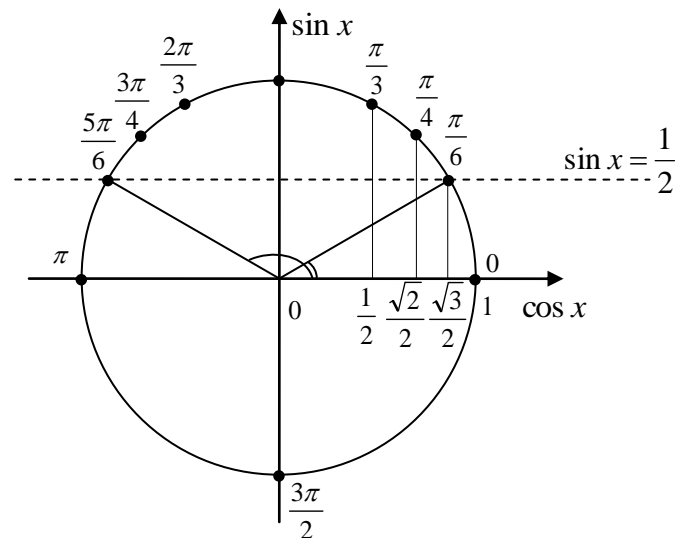
## Тригонометрия

*Таблица значений тригонометрических функций*

функция	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

*Основные тригонометрические тождества и тригонометр*

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$
- $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$



*Формулы суммы и разности аргументов*

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
- $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$
- $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$

**Формулы двойных аргументов**

- 13.  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- 14.  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- 15.  $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

**Формулы преобразования отрицательных углов**

- 16.  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
- 17.  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
- 18.  $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$
- 19.  $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$

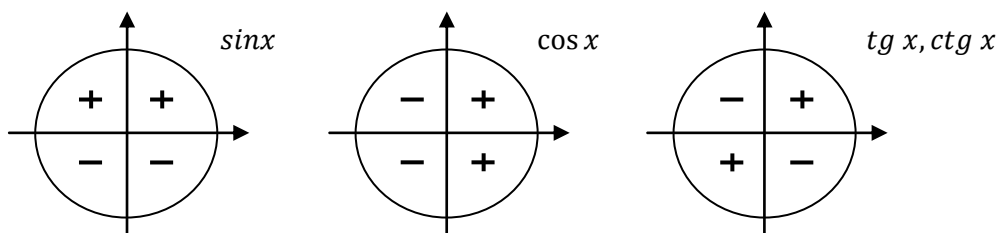
**Формулы преобразования отрицательных аргументов  
обратных тригонометрических функций**

- 20.  $\arcsin(-x) = -\arcsin x$
- 21.  $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$
- 22.  $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$
- 23.  $\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$

**Решение простейших тригонометрических уравнений**

вид уравнения	ограничения	формула записи корней
$\sin x = a$	$ a  \leq 1$	$\begin{cases} x = \arcsin a + 2\pi n, \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi n; n \in Z \end{cases}$
$\cos x = a$	$ a  \leq 1$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$
$\operatorname{tg} x = a$	$a \in R$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in Z$
$\operatorname{ctg} x = a$	$a \in R$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in Z$

**Знаки тригонометрических функций**



# Алгебра и арифметика

## Свойства степени

1.  $a^0 = 1$
2.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
3.  $a^m : a^n = a^{m-n}$
4.  $(a^m)^n = a^{mn}$
5.  $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$
6.  $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
7.  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
8.  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$
9.  $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
10.  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

## Свойства квадратного (арифметического) корня и определение модуля числа

11.  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
12.  $\sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}$
13.  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
14.  $\sqrt{a^2} = |a|$
15.  $|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$

## Формулы сокращённого умножения

16.  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
17.  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
18.  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
19.  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
20.  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
21.  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
22.  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

### Определение логарифма

Логарифмом числа  $b$  по основанию  $a$  называется показатель степени, в которую нужно возвести  $a$ , чтобы получить  $b$ .

$$23. \log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b \quad [b > 0, a > 0, a \neq 1]$$

### Свойства логарифма

$$24. b^{\log_b a} = a$$

$$25. \log_a 1 = 0$$

$$26. \log_a a = 1$$

$$27. \log_a a^m = m$$

### Действия с логарифмами

$$28. \log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$$

$$29. \log_a b - \log_a c = \log_a\left(\frac{b}{c}\right)$$

$$30. k \cdot \log_a b = \log_a b^k$$

$$31. k \cdot \log_a b = \log_{a^{1/k}} b$$

$$32. \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$33. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

### Арифметическая прогрессия

$$34. a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$35. S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$36. a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$$

### Геометрическая прогрессия

$$37. b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$38. S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} \quad [\text{для } q \neq 1]$$

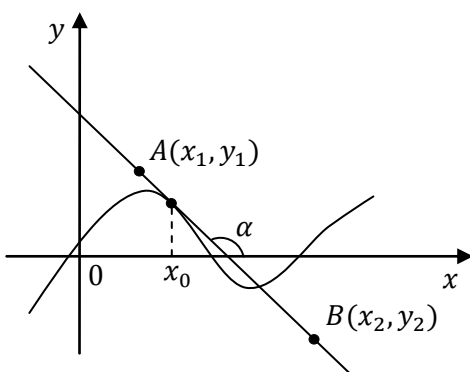
$$39. b_n^2 = b_{n+1} \cdot b_{n-1}$$

# Начала анализа

## Производные некоторых функций, правила их вычисления и свойства

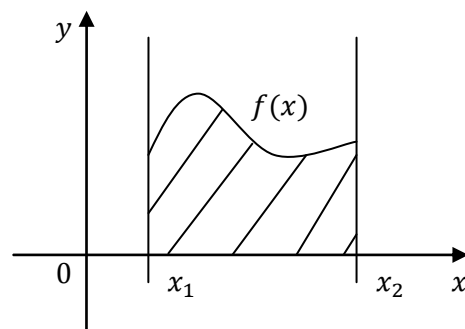
$f(x)$	$f'(x)$		$f(x)$	$f'(x)$
$C$	$0$	1. $(u + v)' = u' + v'$ 2. $(u - v)' = u' - v'$ 3. $(u \cdot v)' = u'v + uv'$ 4. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ 5. $(u(v))' = u'(v) \cdot v'$	$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$kx$	$k$		$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$x^n$	$nx^{n-1}$		$\sin x$	$\cos x$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$		$\cos x$	$-\sin x$
$a^x$	$a^x \ln a$		$tg x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$e^x$	$e^x$		$ctg x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
		1. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow f(x)$ возр. (на интервале) 2. $f'(x) < 0 \Leftrightarrow f(x)$ убыв. (на интервале)		

### Геометрический смысл производной



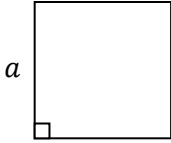
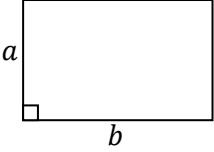
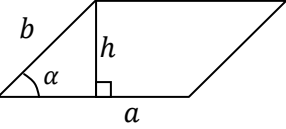
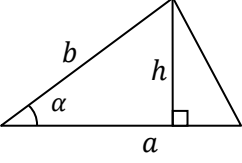
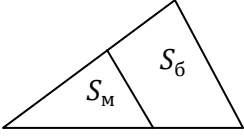
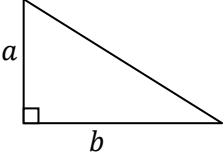
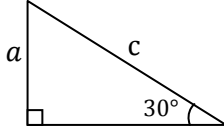
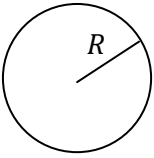
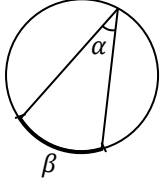
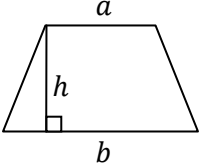
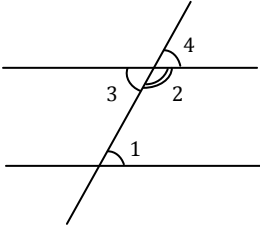
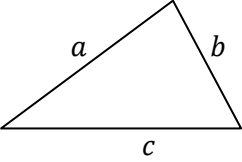
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

### Формула нахождения площади криволинейной трапеции

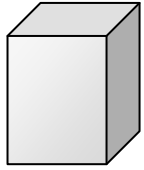
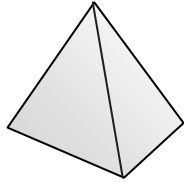
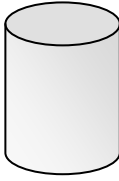
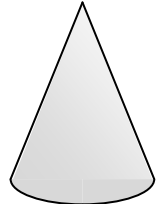
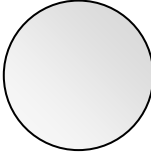


$$S = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = F(x_2) - F(x_1)$$

# Планиметрия

 $S = a^2$	<p>Определения тригонометрических функций:</p> $\sin \alpha = \frac{a}{c}, \cos \alpha = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$ <p>Теорема Пифагора:</p> $c^2 = a^2 + b^2$
 $S = ab$	
 $S = ah$ $S = ab \cdot \sin \alpha$	<p>Теорема косинусов:</p> $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$ <p>Теорема синусов:</p> $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
 $S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \alpha$ $S = \frac{1}{2} ah$	 <p>Отношение площадей подобных фигур:</p> $\frac{S_б}{S_м} = k^2$
 $S = \frac{1}{2} ab$	 <p>Свойство катета, лежащего напротив угла в 30°:</p> $a = \frac{1}{2} c$
 $S = \pi R^2$ $l = 2\pi R$	 <p>Свойство вписанного угла:</p> $\alpha = \frac{1}{2} \beta$
 $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$	 <p>Свойства углов при параллельных прямых:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ</math></li> <li><math>\angle 1 = \angle 3</math></li> <li><math>\angle 3 = \angle 4</math></li> <li><math>\angle 1 = \angle 4</math></li> <li><math>\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ</math></li> </ol>
 $R = \frac{abc}{4S}$ $r = \frac{2S}{a+b+c}$	

## Стереометрия

	$V = SH$		$V = \frac{1}{3}SH$
	$V = SH$ $S_{\text{бок}} = 2\pi RH$		$V = \frac{1}{3}SH$ $S_{\text{бок}} = \pi Rl$
	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ $S_{\text{пов}} = 4\pi R^2$	$S_{\text{пов}}$ – площадь поверхности $S_{\text{бок}}$ – площадь боковой поверхности $S$ – площадь основания $R$ – радиус $H$ – высота $l$ – образующая	

## Теория вероятностей

Элементарные исходы для  
2 игральных кубиков

(36 исходов)					
11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

Элементарные исходы для  
1, 2 и 3 бросков монет

1 монета (2 исхода)	2 монеты (4 исхода)	3 монеты (8 исходов)
О	ОО	ООО
Р	ОР	ООР
	РО	ОРО
	РР	ОРР
		РОО
		РОР
		РРО
		РРР

**Классическое определение вероятности события  
и вероятность независимых событий**

$$1. P(A) = \frac{n}{m}$$

$n$  – благоприятные исходы,

$m$  – общее число исходов

$$2. P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$